



XVI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

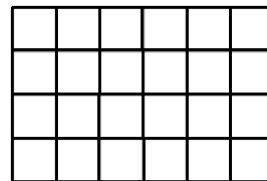
Zenta, 2018. december 1.

5. évfolyam

1. Jancsi és Juliska egy tál mézes pogácsát osztott szét egymás között. Először Jancsi vett a tálból egyet, aztán Juliska kettőt, utána Jancsi hármat, és így tovább felváltva, mindig eggyel többet, mint amennyit a másik vett. A végén Jancsinak csak négy darab pogácsa maradt, de megvigasztalódott, amikor látta, hogy így összesen pont ugyanannyi pogácsát kaptak mindketten. Hány mézes pogácsát osztottak szét?

2. Jancsi észrevette, hogy egy bizonyos hónapban három szerda dátuma is páros szám volt. Hányadika volt ebben a hónapban az utolsó vasárnap?

3. Segíts Jancsinak és Juliskának és oszd fel az ábrán adott 6×4 -es téglalapot a rácsvonalak mentén 3 részre úgy, hogy mindegyik rész:



a) hatszög,

b) nyolcszög és

c) tízszög legyen!

(Elég csak a felosztásokat megadni, nincs szükség indoklásra.)

4. Juliska úgy írt le egy 100 jegyű természetes számot, hogy a 2018-at írta egymás után többször: 2018201820182018...20182018.

a) Legalább hány számjegyet kell kitörölni ebből a számból, hogy a megmaradó szám számjegyeinek összege 100 legyen?

b) Legfeljebb hány számjegyet kell kitörölni ebből a számból, hogy a megmaradó szám számjegyeinek összege 100 legyen?

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XVI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY MEGOLDÁSOK – 5. évfolyam

1. Jancsi és Juliska egy tál mézes pogácsát osztott szét egymás között. Először Jancsi vett a tálból egyet, aztán Juliska kettőt, utána Jancsi hármat, és így tovább felváltva, mindig eggyel többet, mint amennyit a másik vett. A végén Jancsinak csak négy darab pogácsa maradt, de megvigasztalódott, amikor látta, hogy így összesen pont ugyanannyi pogácsát kaptak mindketten. Hány mézes pogácsát osztottak szét?

Megoldás: Juliska körönként 1-gyel többet vesz, mint Jancsi, így négy kör alatt vesz 4-gyel többet. Tehát a kiosztott pogácsák száma:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 4 = 40.$$

Jancsi	Juliska
1	2
3	4
5	6
7	8
4	
20	20

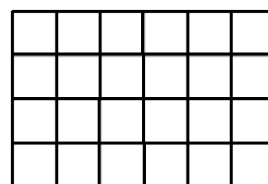
2. Jancsi észrevette, hogy egy bizonyos hónapban három szerda dátuma is páros szám volt. Hányadika volt ebben a hónapban az utolsó vasárnap?

Megoldás: Páros dátumú szerdák csak kéthetente lehetnek. Az első és az utolsó páros szerda között 28 nap van. Ezért az első szerda csak 2-dika lehet. Az utolsó szerda dátuma így 30-dika lesz. A hónap utolsó vasárnapja 27-dikére esik.

3. Segíts Jancsinak és Juliskának és oszd fel az ábrán adott 6x4-es téglalapot a rácsvonalak mentén 3 részre úgy, hogy mindegyik rész:

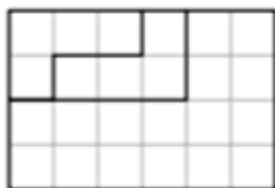
- a) hatszög,
- b) nyolcszög és
- c) tízszög legyen!

(Elég csak a felosztásokat megadni, nincs szükség indoklásra.)

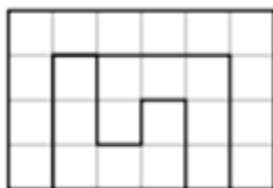


Megoldás: Mindhárom esetben több megoldás is elképzelhető. Egy-egy példa:

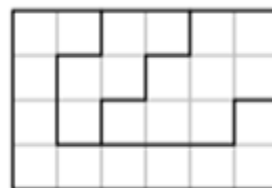
a) három hatszögre



b) három nyolcszögre



c) három tízszögre



4. Juliska úgy írt le egy 100 jegyű természetes számot, hogy a 2018-at írta egymás után többször: 2018201820182018...20182018.

a) Legalább hány számjegyet kell kitörölni ebből a számból, hogy a megmaradó szám számjegyeinek összege 100 legyen?

b) Legfeljebb hány számjegyet kell kitörölni ebből a számból, hogy a megmaradó szám számjegyeinek összege 100 legyen?

Megoldás: A 100 jegyű számot úgy kapta Juliska, hogy a 2018 négyjegyű számot $100:4 = 25$ -ször leírta egymás után. Ebben a számban 25-ször fordul elő a 2-es, a 0, az 1-es és a 8-as számjegy. E számjegyek összege: $25 \cdot (2+0+1+8) = 25 \cdot 11 = 275$.

a) 275 helyett úgy lesz 100 a számjegyek összege, ha 175 összegű számjegyet kihagyunk. Ezt a legkevesebb darabból akkor tudjuk megtenni, ha a legnagyobb értékű számjegyeket hagyjuk ki. Itt ez a 8-as. 21 db 8-as értéke $21 \cdot 8 = 168$. Még hetet kell elvenni, amit 3 db 2-es és 1 db 1-es alkot.

Végül összesen $21+3+1 = 25$ db számjegy elhagyásával elérhető, hogy a megmaradt 75 jegyű számjegyeinek összege 100 legyen.

Megmarad: 4 db 8-as, 22 db 2-es, 24 db 1-es és 25 db 0.

Ezek összege: $4 \cdot 8 + 22 \cdot 2 + 24 \cdot 1 + 25 \cdot 0 = 32 + 44 + 24 + 0 = 100$.

b) A 25 db 2-esből, 25 db 0-ból, 25 db 1-esből és 25 db 8-asból a lehető legtöbb számjegy elhagyásával úgy kaphatunk egy 100 számjegy-összegű számot, ha elhagyjuk mind a 25 db 0-t, mind a 25 db 1-est, majd 23 db 2-est és 13 db 8-ast, akkor $100 - (25 + 25 + 23 + 13) = 100 - 86 = 14$ jegyű szám marad, amely számjegyeinek összege 100. Tehát legfeljebb 86 db számjegyet lehet kitörölni.

Megmarad 12 db 8-as és 2 db 2-es. $12 \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 96 + 4 = 100$.