

XX. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

12. évfolyam

1. Az 1,2,3,7,8,9 számjegyek felhasználásával háromjegyű számokat állítunk elő úgy, hogy egy számjegyet többször is felhasználhatunk. Melyikből lesz több: azokból, amelyek nem oszthatóak 2 -vel vagy azokból, amelyek nem oszthatóak 3 -mal?

2. Adott három egybevágó kör, amelyek egy pontban metszik egymást. Bizonyítsd be, hogy ez a metszéspont annak a háromszögnek a magasságpontja, amelyet a körök három másik metszéspontja határoz meg!

3. Bizonyítsd be, hogy nem léteznek olyan páratlan egész x, y, z számok, amelyekre teljesül, hogy

$$(x + y)^2 + (x + z)^2 = (y + z)^2.$$

4. Legyenek a, b, c olyan pozitív valós számok, amelyekre teljesül, hogy $a + b + c = 3$. Bizonyítsd be:

$$\frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1} \geq \frac{3}{2}.$$

Sikeres munkát kívánunk!

A Második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2022. november 4.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján** <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
24400 Zenta
Posta utca 18.